Με συγχρηματοδότηση από το πρόγραμμα «Erasmus+» της Ευρωπαϊκής Ένωσης

Η μηχανική ενός συστήματος τροχαλιών

Σχετικό σχέδιο κατασκευής	**Οι τροχαλίες**
Περιγραφή	Στο μάθημα αυτό, οι μαθητές θα μάθουν για τις φυσικές ιδιότητες και τις δυνάμεις που εμπλέκονται σε ένα σύστημα τροχαλιών.

Μαθησιακοί στόχοι	Οι μαθητές: - Θα μάθουν πώς να δημιουργούν ένα σύστημα με τροχαλίες - Θα κατανοήσουν το σύνολο των δυνάμεων που επιδρούν σε ένα σύστημα τροχαλιών, συμπεριλαμβανομένης και της βαρυτικής δύναμης. - Θα είναι σε θέση να υπολογίζουν την ένταση των σκοινιών και την επιτάχυνση της ταχύτητας σε ένα σύστημα τροχαλιών. - Θα είναι σε θέση να εφαρμόζουν το 2^{ο} Νόμο του Νεύτωνα.

Σχετικά μαθήματα	**Φυσική, Ιστορία**
Προαπαιτούμενα/ προκαταρτικά βήματα για τους εκπαιδευτικούς	Οι εκπαιδευτικοί πρέπει να συγκεντρώσουν το υλικό για το σχετικό σχέδιο κατασκευής
Προαπαιτούμενα/ προκαταρτικά βήματα για τους μαθητές	Ο εκπαιδευτικός θα πρέπει να έχει βασικές γνώσεις στη φυσική και να μάθει πώς χρησιμοποιείται και πώς κατασκευάζεται ένας μηχανισμός τροχαλιών. Θα πρέπει να έχει βασικές γνώσεις για την έννοια της δύναμης.
Ηλικιακό εύρος των μαθητών	12-15 ετών
Διάρκεια	2-3 ώρες
Επίπεδο δυσκολίας	Δύσκολο

Περιγραφή των δραστηριοτήτων βήμα προς βήμα

Βήμα 1: Τι είναι μια τροχαλία;

Ο εκπαιδευτικός εισάγει την έννοια του τροχαλία στην τάξη.

Τα πρώτα στοιχεία για την ύπαρξη τροχαλιών χρονολογούνται από την Αρχαία Αίγυπτο (1991-1802 π.Χ.) και τη Μεσοποταμία στις αρχές της 2ης χιλιετίας π.Χ. Οι τροχαλίες αναγνωρίζονται από τον Ήρωνα της Αλεξάνδρειας (περίπου 10-70 π.Χ., Ρωμαϊκή Αίγυπτος) ως μία από τις έξι απλές μηχανές που χρησιμοποιούνταν για την ανύψωση ή την έλξη βαρών. Τα συστήματα των τροχαλιών αποτελούνται από ένα μπλοκ και ένα πολύσπαστο (τύπος γερανού της αρχαιότητας) για τον πολλαπλασιασμό της μηχανικής δύναμης που απαιτείται για την ανύψωση βαρών, το γνωστό και ως μηχανικό πλεονέκτημα, σύμφωνα με το οποίο η αναλογία μεταξύ της ασκούμενης και της παραγόμενης δύναμης είναι 3:1 αντίστοιχα. Οι τροχαλίες μπορούν επίσης να χρησιμοποιηθούν ως ιμάντες ή αλυσίδες μετάδοσης της κίνησης, προκειμένου να μεταδώσουν ή να επιταχύνουν την κίνηση από έναν περιστρεφόμενο άξονα προς κάποιον άλλο. Ο Πλούταρχος στο έργο του *Βίοι Παράλληλοι* περιγράφει μια σκηνή κατά την οποία ο Αρχιμήδης χρησιμοποιούσε σύνθετους τροχαλίες και ένα

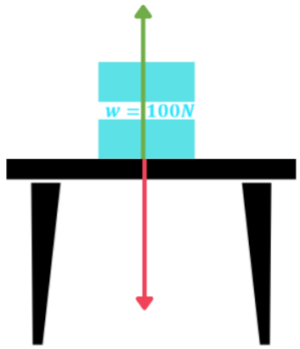
μηχανισμό πολύσπαστου για να τραβήξει ένα πλήρως φορτωμένο πλοίο προς το μέρος του, το οποίο ήταν σαν να γλιστρούσε μέσα από το νερό, αποδεικνύοντας έτσι την αποτελεσματικότητά του[1]. Τα συστήματα τροχαλιών χρησιμοποιούνταν επίσης συχνά στη γεωργία, σε οικοδομικά έργα και πηγάδια.

Βήμα 2: Μια υπενθύμιση της έννοιας της Δύναμης, του τρίτου Νόμου του Νεύτωνα (δράση - αντίδραση) και τη μονάδα μέτρησης της Δύναμης, το Νιούτον (Newton).

«Οι δυνάμεις της δράσης και αντίδρασης είναι οι δυνάμεις που εξασκούνται από την αλληλεπίδραση δύο σωμάτων (1 και 2), οι οποίες είναι πάντα ίσου μέτρου και αντίθετης φοράς. Κάθε φορά που υπάρχει αλληλεπίδραση μεταξύ δύο σωμάτων, μια δύναμη επιδρά σε κάθε ένα από αυτά. Όταν η αλληλεπίδραση μεταξύ των δύο σωμάτων σταματάει, τότε παύουν να ισχύουν οι δυνάμεις αυτές. Οι δυνάμεις αυτές ισχύουν μόνο ως αποτέλεσμα μιας αλληλεπίδρασης.»[2]

[1] *Pulley*. (2001, September 5). Wikipedia, the free encyclopedia. Retrieved April 4, 2022, from https://en.wikipedia.org/wiki/Pulley#:~:text=The%20earliest%20evidence%20of%20pulleys,machines%20used

[2] *The meaning of force*. (n.d.). The Physics Classroom. https://www.physicsclassroom.com/class/newtlaws/Lesson-2/The-Meaning-of-Force



$F = 100N$

Η δύναμη αντίστασης του τραπεζιού ωθεί το αντικείμενο προς τα πάνω κατά 100N

Η βαρύτητα τραβάει το αντικείμενο προς τα κάτω κατά 100N

Τα συστήματα τροχαλιών εφαρμόζονται ευρέως στη μηχανική για την επίλυση διάφορων προβλημάτων. Ο καλύτερος τρόπος επίλυσης προβλημάτων της μηχανικής με τροχαλίες είναι η εφαρμογή του 2ου Νόμου του Νεύτωνα σχετικά με την κίνηση των σωμάτων. Παρόλα αυτά, απαιτείται η γνώση και των άλλων δύο Νόμων του Νεύτωνα (3ος και 1ος) αναφορικά και πάλι με την κίνηση των σωμάτων.

Ο δεύτερος νόμος του Νεύτωνα αναφέρει:

$$\boldsymbol{F = m.a}$$

Όπου το F ανταποκρίνεται στη συνισταμένη των δυνάμεων, δηλαδή το διανυσματικό άθροισμα του συνόλου των δυνάμεων που ασκούνται σε ένα σώμα. Το m αντιστοιχεί στη μάζα του σώματος, η οποία είναι ένα μονόμετρο (ή βαθμωτό). Βαθμωτό ονομάζεται το μέγεθος λαμβάνει μονάδα μέτρησης μόνο για το μέγεθός του, εφόσον δεν έχει κατεύθυνση. Με άλλα λόγια, η μάζα δεν είναι διανυσματικό μέγεθος όπως η βαρύτητα. Η σχέση, όμως, μεταξύ του γινομένου της μάζας ενός σώματος επί την επιτάχυνσή που αυτή αποκτά, σύμφωνα με τον δεύτερο νόμου του Νεύτωνα, λαμβάνει διανυσματική μορφή.

Το Νιούτον (λατινικοί χαρακτήρες: Newton) (σύμβολο: N) είναι η μονάδα μέτρησης της δύναμης, η οποία είναι μετρήσιμη ποσότητα. Το Νιούτον είναι συντομογραφία του «N». Έτσι λοιπόν, η ένδειξη «10.0 N» σημαίνει δύναμη 10.0 Νιούτον. Ένα Νιούτον είναι η δύναμη που απαιτείται για να δώσει σε μια μάζα σώματος 1 kg επιτάχυνση 1 m/s^2. Έτσι, μπορεί να δηλωθεί η ακόλουθη ισοδυναμία μονάδων:
1 Newton = 1 kg • m/s^2.

Βήμα 3: Ζητήστε από τους μαθητές να πραγματοποιήσουν έναν καταιγισμό ιδεών για τον τρόπο λειτουργίας των τροχαλιών στην καθημερινή ζωή.

Σε τι χρησιμεύουν; Πρώτα, πραγματοποιήστε έναν καταιγισμό ιδεών με τους μαθητές σας για να κατανοήσουν την χρηστικότητά τους και τον τρόπο με τον οποίο μπορούν να χρησιμοποιηθούν. Εάν είναι δυνατόν, μπορείτε να παρουσιάσετε στους μαθητές ένα παράδειγμα από πραγματικές τροχαλίες (όπως π.χ. σε ένα κοντινό πηγάδι, τον μηχανισμό τροχαλιών μιας κουρτίνας κ.λπ.). Εάν δεν είναι δυνατόν να προσκομίσετε πραγματικές τροχαλίες στην τάξη, μπορείτε, εναλλακτικά, να προβάλετε στους μαθητές σας μερικά βίντεο από τροχαλίες που χρησιμοποιούνται σε διαφορετικά πλαίσια (όπως π.χ. στη ναυσιπλοΐα, σε ένα εργοτάξιο, πηγάδι κ.λπ.). Αφού ακούσετε τις ιδέες τους, μπορείτε να τους ρωτήσετε πόσο χρήσιμες πιστεύουν ότι είναι οι τροχαλίες; Μπορούν επίσης να σκεφτούν παραδείγματα στα

οποία η χρήση και η εφαρμογή συστημάτων τροχαλιών θα μπορούσε να διευκολύνει την καθημερινή τους ζωή;

Βήμα 4: Εξηγήστε ή/και κατασκευάστε ένα σύστημα τροχαλιών – Η μηχανή Atwood[3]

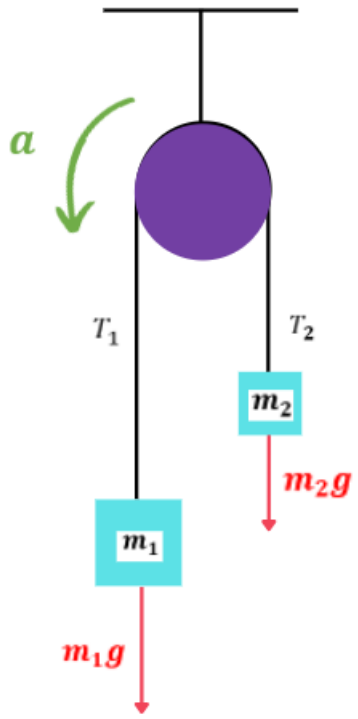
Ο εκπαιδευτικός εξηγεί τον τρόπο λειτουργίας μιας Μηχανής Atwood για να παρουσιάσει και να αναλύσει μέσω παραδείγματος τον 2ο Νόμο του Νεύτωνα στους μαθητές. Ταυτόχρονα, μπορεί να κατασκευάσει το σύστημα τροχαλιών από κοινού με τους μαθητές για να απεικονίσει κάθε βήμα με μία τροχαλία, 2 τροχαλίες, 3 τροχαλίες κ.λπ. Αντί να χρησιμοποιηθούν βαρίδια (kg), μπορούν εναλλακτικά να χρησιμοποιηθούν μικρά κέρματα (του ίδιου είδους/αξίας). Κατά αυτόν τον τρόπο, οι μαθητές θα μπορέσουν να κατανοήσουν την αναλογία της δύναμης που απαιτείται για την ανύψωση ενός συγκεκριμένου βάρους μέσω διαφορετικών συστημάτων τροχαλιών. Θα συμβουλεύαμε τον εκπαιδευτικό να αφήσει τους μαθητές να δοκιμάσουν στην πράξη το σύστημα τροχαλιών μόνοι τους, πριν προχωρήσουν στο θεωρητικό κομμάτι του μαθήματος.

[3]Michel van Biezen. (2013, January 20). *Physics - Mechanics: The Pulley (1 of 2)*. YouTube. https://www.youtube.com/watch?v=kvCnjVSpuv0

Η χρήση της Μηχανής Atwood σε μια τροχαλία:

Δύο μάζες συνδεδεμένες με ένα σκοινί περνούν σε μια τροχαλία. Το σκοινί είναι τόσο ελαφρύ που θεωρείται αβαρές ενώ η τριβή και η ροπή αδράνειας της τροχαλίας μπορεί να θεωρηθεί αμελητέα.

Μία μάζα ίση με 8 kg αναρτάται στο ένα άκρο ενώ μια άλλη μάζα ίση με 5 kg αναρτάται στο άλλο άκρο του σχοινιού. Ποια είναι η επιτάχυνση του συστήματος αυτού;



$$m_1 = 8kg \quad m_2 = 5kg$$

$$F = m.a$$

$$a = \frac{F_{net}}{m_T}$$

$$a = \frac{m_1 g - m_2 g}{m_1 + m_2}$$

$$a = \frac{(m_1 - m_2).g}{m_1 + m_2}$$

$$a = \frac{(8kg - 5kg).(9.8m/sec^2)}{8kg + 5kg}$$

$$a = \frac{(3kg).(9.8m/sec^2)}{13kg}$$

$$a = \frac{(3\cancel{kg}).(9.8\ m/sec^2)}{13\cancel{kg}}$$

$$\boldsymbol{a = 2.26 \frac{m}{sec^2} = 2m/sec^2}$$

Τώρα, πώς μπορούμε να υπολογίσουμε την ένταση του σχοινιού;

$$\boldsymbol{T_1 = m_1 g - m_1 a}$$

$$\boldsymbol{T_2 = m_2 g + m_2 a}$$

$$\boldsymbol{T_1 = (8kg).\left(9.\frac{8m}{sec^2}\right) - (5kg).(2.26m/sec^2)}$$

$$\boldsymbol{T_1 = (8kg).\left(9.\frac{8m}{sec^2}\right) - (8kg).(2.26m/sec^2)}$$

$$\boldsymbol{T_1 = 60.32\ N}$$

$$\boldsymbol{T_2 = (5kg).\left(9.\frac{8m}{sec^2}\right) + (5kg).(2.26m/sec^2)}$$

$$\boldsymbol{T_2 = 60.3\ N}$$

$$\boldsymbol{T_1 = T_2}$$

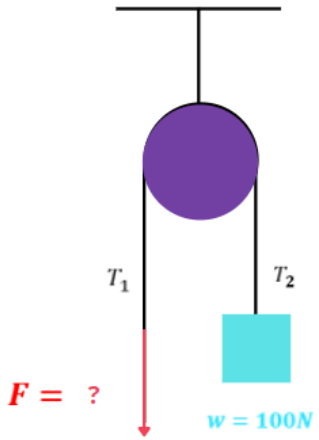
Η ένταση μεταξύ των δύο σχοινιών που συγκρατούν τα βαρίδια είναι και στις δύο πλευρές μια τροχαλίας πάντοτε ίση.

Μπορείτε να ζητήσετε από τους μαθητές να ανατρέξουν στο διαδίκτυο για να αντλήσουν περισσότερες πληροφορίες. Αν ο εκπαιδευτικός το επιθυμεί, μπορεί να χρησιμοποιήσει ένα σύστημα τροχαλιών που φτιάξαμε εμείς οι ίδιοι, για την επίδειξη του παραδείγματος με τη Μηχανή Atwood.

Τώρα που ξέρουμε πώς να υπολογίσουμε την ένταση και την επιτάχυνση, ας κάνουμε τα πράγματα λίγο πιο ενδιαφέροντα.

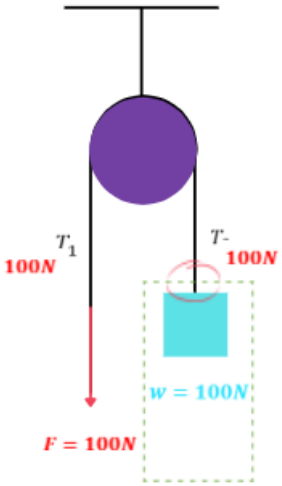
Βήμα 5: Η παρουσίαση των αρχών της φυσικής και της μηχανικής πίσω από το πείραμα του συστήματος τροχαλιών [4]

Ο εκπαιδευτικός θα πρέπει να εξηγήσει τις αρχές της μηχανικής σε ένα σύστημα τροχαλιών. Σε κάθε βήμα του μαθήματος, ο εκπαιδευτικός θα πρέπει πρώτα να φροντίζει να πραγματοποιούνται τα πειράματα, από τα οποία οι μαθητές θα πρέπει να εξάγουν συμπεράσματα, και μετά να πραγματοποιεί το θεωρητικό μέρος του μαθήματος και την ανάλυση του συστήματος τροχαλιών μέσω προβολής παραδειγμάτων.



Όπως είδαμε και με τη Μηχανή Atwood με τη χρήση μιας τροχαλίας, η τάση νήματος 1 και η τάση νήματος 2 είναι πάντα ίσες. Οπότε, πόση δύναμη χρειάζεται για την ανύψωση ενός βαριδίου 100N με την χρήση 1, 2, 3 ή 4 τροχαλιών;

[4] Michel van Biezen. (2015, June 23). *Mechanical Engineering: Particle Equilibrium (11 of 19) Why are Pulleys a Mechanical Advantage?* YouTube. https://www.youtube.com/watch?v=6GuldysCVjI



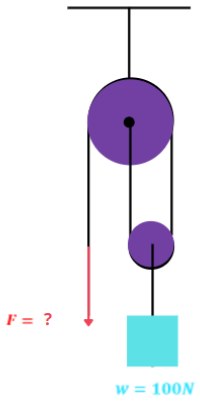
Με μια τροχαλία, ισχύει το ίδιο όπως και στη Μηχανή Atwood.

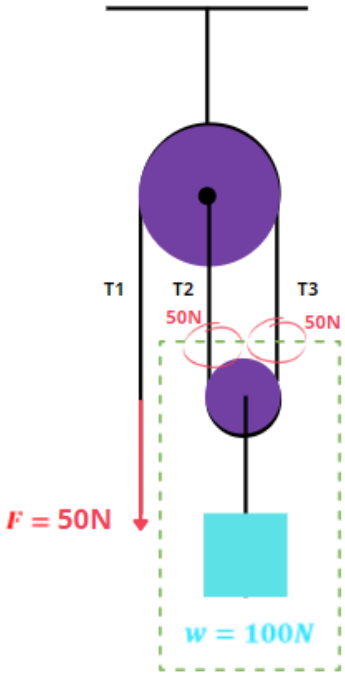
Όταν βλέπετε τα σκοινιά που συγκρατούν το βαρίδιο, τότε θα αντιληφθείτε ότι υπάρχει ουσιαστικά μόνο ένα σκοινί, εφόσον το σκοινί στο οποίο είναι περασμένη η τροχαλία είναι εκείνο που τραβάτε. Για την τάση νήματος ισχύει T1 = T2. Έτσι, χρειάζεται δύναμη ίση με 100 Νιούτον για να σηκώσετε ένα βάρος 100N. Η απόσταση του σκοινιού που σηκώνεται και η απόσταση που τραβιέται είναι επίσης η ίδια.

$$\boldsymbol{F = 100N}$$

Τώρα, ας παρατηρήσουμε τη Μηχανή Atwood με δύο τροχαλίες:

Ας παρατηρήσουμε τον αριθμό των σχοινιών και την τάση σε όλα.

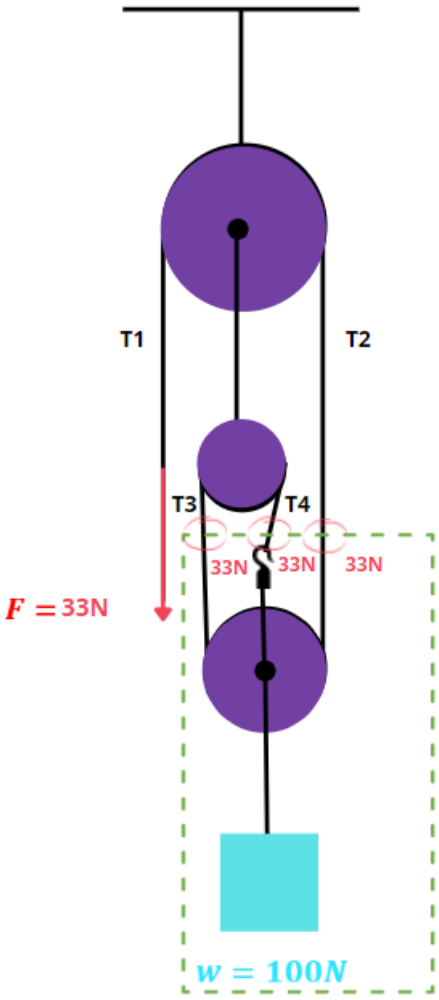




Το βάρος τώρα συγκρατείται από δύο σκοινιά (T2 και T3). Γύρω από τη δεύτερη τροχαλία η T2 = T3. Και στην πρώτη τροχαλία, T1 = T3. Που σημαίνει ότι T1 = T2 = T3. Επομένως, για να σηκώσουμε ένα βάρος ίσο με 100 Νιούτον, χρειαζόμαστε μια Δύναμη 50 Νιούτον, αφού αυτό χωρίζεται σε δύο σκοινιά. Ωστόσο, για να σηκώσετε τα 100 N του 1m πάνω από το έδαφος, θα πρέπει να τραβήξετε το σχοινί κατά 2m.

Τώρα, επαναλάβετε το ίδιο με 3 τροχαλίες.

Μπορούμε να δούμε ότι το βάρος συγκρατείται από 3 διαφορετικά σκοινιά. Δεδομένου ότι T1 = T2, και ότι T2 = T3, και T3 = T4, τότε T1 = T2 = T3 = T4. Επομένως, καθώς το βάρος κατανέμεται σε 3 μήκη σκοινιού: T2, T3, T4, η απαιτούμενη δύναμη είναι 100N/3 = 33N. Ωστόσο, για να σηκώσετε το βαρίδιο στο σχοινί του 1 μέτρου, θα πρέπει να τραβήξετε το σχοινί κατά 3 μέτρα. Επομένως, η απόσταση που υψώνεται είναι ίση με την απόσταση που τραβιέται, δηλαδή των 3 σκοινιών του 1 μέτρου που συγκρατούν το βαρίδιο.



Συμπεράσματα

Στο μάθημα αυτό, οι μαθητές μαθαίνουν για τη χρήση των τροχαλιών στο σύστημα της Μηχανής Atwood και το σχετικό θεώρημα του Νεύτωνα. Μαθαίνουν επίσης και για τις εφαρμογές των συστημάτων τροχαλιών στην αρχαία Ελλάδα, αλλά για και τις σύγχρονες εφαρμογές

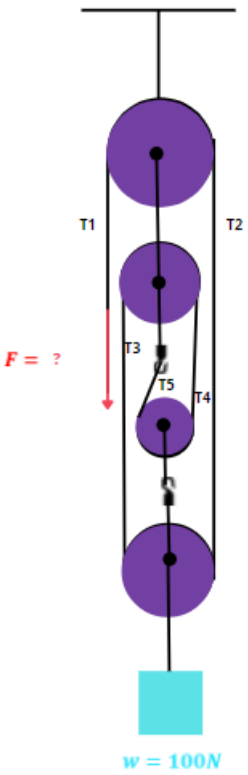
του μέσω παραδειγμάτων της καθημερινής ζωής. Μαθαίνουν πώς να υπολογίζουν τη δύναμη που απαιτείται για την ανύψωση βαρών, χρησιμοποιώντας διάφορους αριθμούς τροχαλιών, καθώς και την ένταση σε κάθε σχοινί και την επιτάχυνση σε ένα σύστημα Μηχανής Atwood.

Δραστηριότητες αξιολόγησης

Δραστηριότητα 1 Αναζητήστε πληροφορίες αναφορικά με τα συστήματα τροχαλιών και τα μέρη που τα απαρτίζουν για να τα παρουσιάσετε στην τάξη.

Δραστηριότητα 2 Αναζητήστε πληροφορίες για να βρείτε παραδείγματα στα οποία εφαρμόζεται ο 2ος Νόμος του Νεύτωνα.

Δραστηριότητα 3 Μαζί με τους μαθητές, σχεδιάστε από κοινού και συμπληρώστε το διάγραμμα ενός συστήματος με 4 τροχαλίες.



5

Πόση δύναμη απαιτείται για την ανύψωση ενός βαριδίου 100N;

..... N

Για να σηκώσετε ένα βαρίδιο ίσο με 100N κατά 1 μέτρο, πόσα μέτρα σχοινί θα χρειαστείτε για να το τραβήξετε;

.....m

[5] All pulley graphics were created by Logopsycom, using Canva

Πηγές

- *Double trouble: Two body problems*. (n.d.). The Physics Classroom. https://www.physicsclassroom.com/class/newtlaws/Lesson-3/Double-Trouble
- *Ford end Watermill : A guide for teachers and schools*. (n.d.). Ford End Watermill. https://www.fordendwatermill.co.uk/schguide.html
- *The meaning of force*. (n.d.). The Physics Classroom. https://www.physicsclassroom.com/class/newtlaws/Lesson-2/The-Meaning-of-Force
- *Mechanical advantage*. (n.d.). https://energyeducation.ca/encyclopedia/Mechanical_advantage
- Michel van Biezen. (2013, January 20). *Physics - Mechanics: The Pulley (1 of 2)*. YouTube. https://www.youtube.com/watch?v=kvCnjVSpuv0
- Michel van Biezen. (2015, June 23). *Mechanical Engineering: Particle Equilibrium (11 of 19) Why are Pulleys a Mechanical Advantage?* YouTube. https://www.youtube.com/watch?v=6GuldysCVjI
- *Pulley*. (2001, September 5). Wikipedia, the free encyclopedia. Retrieved April 4, 2022, from https://en.wikipedia.org/wiki/Pulley#:~:text=The%20earliest

%20evidence%20of%20pulleys,machines%20used%20to%20lift%20weights

- *Pulley*. (n.d.). Energy Education. https://energyeducation.ca/encyclopedia/Pulley